

1 Löse die folgenden Gleichungen:

a) $(2x-1)^3 = -8$

b) $\sqrt{3x-2} = 5$

c) $2x^2 - 5x = 3$

d) $\frac{1}{x-2} = \frac{9}{x^2-4}$

e) $\frac{2}{x-3} + \frac{2}{x+3} = \frac{24}{x^2-9}$

f) $\frac{6}{4x^2+12x+9} + \frac{4x}{2x+3} = 2$

g) $\sin^2(x) = \sin(x)$

h) $x^4 + 3x^2 - 4 = 0$

i) $\sin(x) \cdot \cos(x) + \sin(x) = 0$

2 Bestimme jeweils die ersten drei Ableitungen:

a) $f(x) = (2x-1)^3$

b) $f(x) = \sqrt{3x-2}$

c) $f(x) = 2x \cdot \sin(1-x)$ hier nur 2 Ableitungen

d) $f(x) = \frac{2x}{3x-2}$

3 Ermittle die Stammfunktion:

a) $f(x) = 2x^3 - x + \frac{1}{2}$

b) $f(x) = \sqrt{x-7}$

c) $f(x) = \frac{5}{2x^3}$

d) $f(x) = \frac{-2}{(3x+1)^2}$

e) $f(x) = \sqrt{2x-1}$

4 Berechne Symmetrie, Nullstellen, Extremwerte, Wendepunkte, das Verhalten für $x \rightarrow \pm\infty$, skizziere damit das Schaubild der Funktion f und bestimme deren Wertebereich.

a) $f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$

b) $f: x \rightarrow x^3 - 6x^2 + 12x - 8$

5 Tangente und Normale

a) Berechne die Tangente an die Kurve von $f(x) = \frac{1}{2x}$ an der Stelle $x = \frac{1}{2}$.

b) Berechne die Normale an die Kurve von $f(x) = \frac{1}{2x}$ an der Stelle $x = -\frac{1}{4}$.

c) Ermittle rechnerisch die Wendetangente für die Funktion $f(x) = x^3 + 3x^2 + x$.

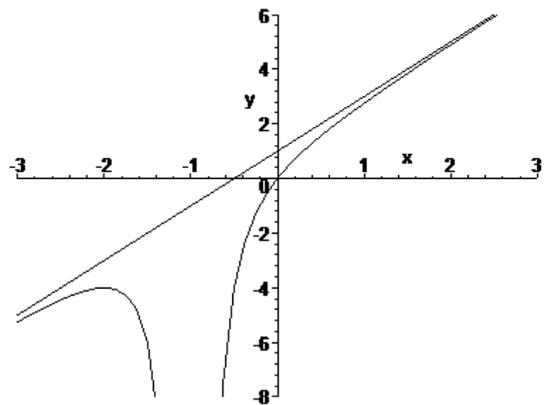
d) Berechne die Tangenten durch den Punkt P(0|-1) an die Kurve von $f(x) = x^2$.

e) Berechne die Tangente durch den Punkt P(1|-2) an die Kurve von $f: x \rightarrow \frac{1}{2}x^3$.

6 Flächeninhalte

- a) Wie groß ist der Flächeninhalt zwischen dem Schaubild von $f: x \rightarrow \frac{2}{(x-2)^3}$ und der x-Achse im Intervall $[0, 1]$?
- b) Welchen Flächeninhalt schließen die Kurve von $f: x \rightarrow \frac{x^3-8}{2}$ und die beiden Koordinatenachsen ein?
- c) Die Schaubilder der Funktionen, gegeben durch ihre Funktionwerte $f(x) = x^3 + x^2 + 1$ und $g(x) = x^2 + 2$, schließen mit der y-Achse eine Fläche ein. Berechne deren Flächeninhalt.

- d) Berechne den Definitionsbereich, die Nullstellen, Extremwerte und die Asymptoten von $f: x \rightarrow 2x + 1 - \frac{1}{(x+1)^2}$.
Die Kurve von f, ihre schiefe Asymptote, die y-Achse und die Gerade $x = b$ schließen für $b > 0$ eine Fläche ein. Berechne deren Flächeninhalt. Untersuche, ob der Flächeninhalt auch für $x \rightarrow \infty$ existiert.



Untersuche, ob für $-1 \leq c < 0$ im Intervall $[c, 0]$ für $c \rightarrow 1$ ebenfalls ein uneigentlicher Flächeninhalt existiert.