

1 Löse die folgenden Gleichungen:

a)  $(2x-1)^3 = -8$

b)  $\sqrt{3x-2} = 5$

c)  $2x^2 - 5x = 3$

d)  $\frac{1}{x-2} = \frac{9}{x^2-4}$

e)  $\frac{2}{x-3} + \frac{2}{x+3} = \frac{24}{x^2-9}$

f)  $\frac{6}{4x^2+12x+9} + \frac{4x}{2x+3} = 2$

g)  $\sin^2(x) = \sin(x)$

h)  $x^4 + 3x^2 - 4 = 0$

i)  $\sin(x) \cdot \cos(x) + \sin(x) = 0$

2 Bestimme jeweils die ersten drei Ableitungen:

a)  $f(x) = (2x-1)^3$

b)  $f(x) = \sqrt{3x-2}$

c)  $f(x) = 2x \cdot \sin(1-x)$  hier nur 2 Ableitungen

d)  $f(x) = \frac{2x}{3x-2}$

3 Ermittle die Stammfunktion:

a)  $f(x) = 2x^3 - x + \frac{1}{2}$

b)  $f(x) = \sqrt{x-7}$

c)  $f(x) = \frac{5}{2x^3}$

d)  $f(x) = \frac{-2}{(3x+1)^2}$

e)  $f(x) = \sqrt{2x-1}$

4 Berechne Symmetrie, Nullstellen, Extremwerte, Wendepunkte, das Verhalten für  $x \rightarrow \pm\infty$ , skizziere damit das Schaubild der Funktion f und bestimme deren Wertebereich.

a)  $f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$

b)  $f: x \rightarrow x^3 - 6x^2 + 12x - 8$

5 Tangente und Normale

a) Berechne die Tangente an die Kurve von  $f(x) = \frac{1}{2x}$  an der Stelle  $x = \frac{1}{2}$ .

b) Berechne die Normale an die Kurve von  $f(x) = \frac{1}{2x}$  an der Stelle  $x = -\frac{1}{4}$ .

c) Ermittle rechnerisch die Wendetangente für die Funktion  $f(x) = x^3 + 3x^2 + x$ .

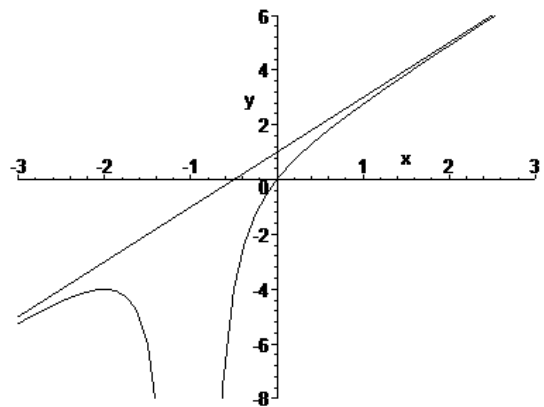
d) Berechne die Tangenten durch den Punkt P(0|-1) an die Kurve von  $f(x) = x^2$ .

e) Berechne die Tangente durch den Punkt P(1|-2) an die Kurve von  $f: x \rightarrow \frac{1}{2}x^3$ .

## 6 Flächeninhalte

- a) Wie groß ist der Flächeninhalt zwischen dem Schaubild von  $f: x \rightarrow \frac{2}{(x-2)^3}$  und der x-Achse im Intervall  $[0, 1]$  ?
- b) Welchen Flächeninhalt schließen die Kurve von  $f: x \rightarrow \frac{x^3-8}{2}$  und die beiden Koordinatenachsen ein?
- c) Die Schaubilder der Funktionen, gegeben durch ihre Funktionwerte  $f(x) = x^3 + x^2 + 1$  und  $g(x) = x^2 + 2$ , schließen mit der y-Achse eine Fläche ein. Berechne deren Flächeninhalt.

- d) Berechne den Definitionsbereich, die Nullstellen, Extremwerte und die Asymptoten von  $f: x \rightarrow 2x + 1 - \frac{1}{(x+1)^2}$ . Die Kurve von f, ihre schiefe Asymptote, die y-Achse und die Gerade  $x = b$  schließen für  $b > 0$  eine Fläche ein. Berechne deren Flächeninhalt. Untersuche, ob der Flächeninhalt auch für  $x \rightarrow \infty$  existiert.



Untersuche, ob für  $-1 \leq c < 0$  im Intervall  $[c, 0]$  für  $c \rightarrow 1$  ebenfalls ein uneigentlicher Flächeninhalt existiert.