b) $f(x) = \frac{x^2-5x+4}{2x} = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2} + \frac{2}{x}$ $\qquad D_f = \mathbb{R}\setminus\{0\}$

Symmetrie: $f(-x) = \frac{(-x)^2-5\cdot(-x)+4}{2\cdot(-x)} = -\frac{x^2+5x+4}{2x} \neq f(x)$

$\neq -f(x)$

$\Rightarrow \nexists$ Symmetrie zum Orego oder zur y-Achse

Asymptoten: $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x<0}} \frac{\overbrace{x^2-5x+4}^{\to\, 0^2-5\cdot 0+4 \,\to\, +4}}{\underbrace{2x}_{\to\, -0}} \longrightarrow \text{"}\frac{+4}{-0}\text{"} \longrightarrow -\infty$ D.h. von links her nach unten

$\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} \frac{\overbrace{x^2-5x+4}^{\to\, +4}}{\underbrace{2x}_{\to\, +0}} \longrightarrow \text{"}\frac{+4}{+0}\text{"} \longrightarrow +\infty$ D.h von rechts her nach oben

$\lim\limits_{x\to+\infty} \overbrace{\frac{1}{2}x}^{+\infty} - \frac{5}{2} + \overbrace{\frac{2}{x}}^{0} \to +\infty$

$\lim\limits_{x\to-\infty} \underbrace{\frac{1}{2}x}_{-\infty} - \frac{5}{2} + \underbrace{\frac{2}{x}}_{0} \to -\infty$

aber: $y = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$ und $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{2}{x} = 0$ das Restglied verschwindet

$\Rightarrow y = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$ ist schiefe Asymptote der Kurve von f

Nullstellen: $f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{x^2-5x+4}{2x} = 0 \quad |\cdot 2x \quad \Leftrightarrow x^2-5x+4 = 0$

$\Rightarrow x_{1,2} = \frac{5\pm\sqrt{25-16}}{2} = \frac{5\pm 3}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 4 \Rightarrow N_1(4|0) \\ x_2 = 1 \Rightarrow N_2(1|0) \end{cases}$

Ableitungen: $f'(x) = \frac{1}{2} - \frac{2}{x^2}$, $f''(x) = \frac{4}{x^3}$

Extremwerte: $f'(x) = 0 \wedge f''(x) \neq 0$

$\frac{1}{2} - \frac{2}{x^2} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 4$

$\Rightarrow x_3 = 2 \Rightarrow f''(2) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} > 0 \Rightarrow TP(2|-\frac{1}{2})$

$\Rightarrow f(2) = \frac{4-10+4}{4} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$

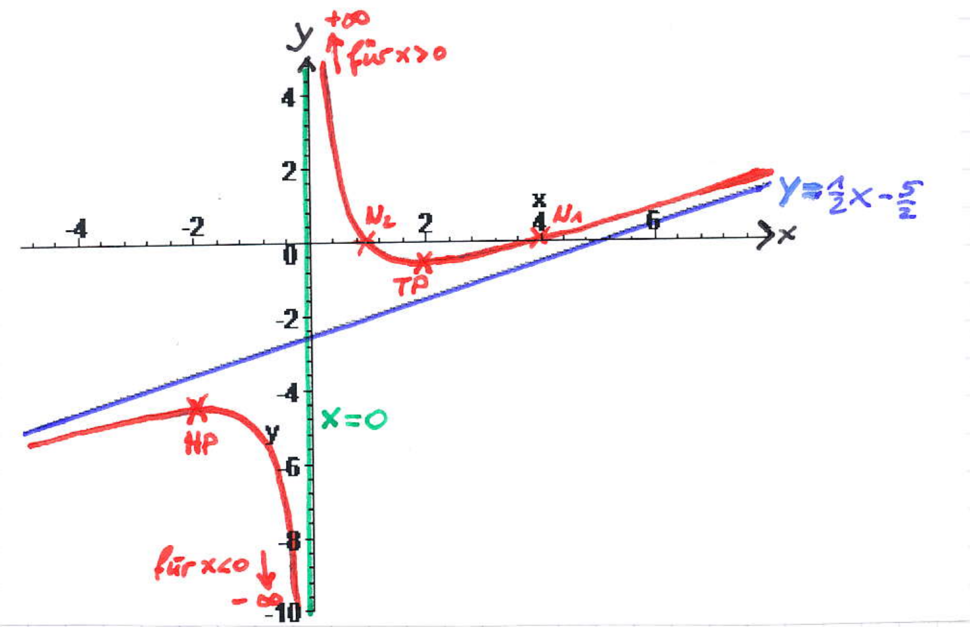
$\Rightarrow x_4 = -2 \Rightarrow f''(-2) = \frac{4}{-8} = -\frac{1}{2} < 0 \Rightarrow HP(-2|4{,}5)$

$\Rightarrow f(-2) = \frac{4+10+4}{4} = \frac{18}{4} = 4{,}5$

Wendepunkte: $f''_{(x)} = 0 \wedge f'''_{(x)} \neq 0$

$$\frac{4}{x^3} = 0 \Leftrightarrow 4 = 0$$ falsche Aussage

$\Rightarrow \nexists$ Wendepunkte



Die schiefe Asymptote ist also ein echter Gewinn beim Zeichnen der Kurve, falls sie denn existiert.

Und es ist sicher jedem aufgefallen, dass die Kurve symmetrisch zum Schnittpunkt $(0|-\frac{5}{2})$ der beiden senkrechten und der ~~schiefen~~ schiefen Asymptote ist.

Um das zu zeigen müsste man f um 0 nach rechts und um $\frac{5}{2}$ nach oben verschieben und die dadurch entstandene Funktion mit $g(x) = f(x-0) + \frac{5}{2}$

$$= \frac{1}{2}(x-0) + \frac{5}{2} - \frac{5}{2} + \frac{2}{x-0}$$

$$= \frac{1}{2}x - \frac{2}{x} = -\left(\frac{1}{2}(-x) - \frac{2}{-x}\right)$$

auf Symmetrie zum Origo testen.