A.2.3.1

1) $(x-1)^3-(x-1)=0 \Leftrightarrow ((x-1)^2-1)(x-1)=0 \Rightarrow x_1=1$

$\Rightarrow (x-1)^2-1=0 \Leftrightarrow x^2-2x=0$

$\Leftrightarrow (x-2)\cdot x=0$

$\Rightarrow x_2=0$

$\Rightarrow x_3=2$

$$A=\int_0^1 (x-1)^3-x+1\,dx+\int_2^1 (x-1)^3-x+1\,dx$$

$$=\left[\tfrac{1}{4}(x-1)^4-\tfrac{1}{2}x^2+x\right]_0^1+\left[\tfrac{1}{4}(x-1)^4-\tfrac{1}{2}x^2+x\right]_2^1$$

$$=0-\tfrac{1}{2}+1-(\tfrac{1}{4}-0+0)+(-\tfrac{1}{2})+1-(\tfrac{1}{4}-2+2)$$

$$=-\tfrac{1}{2}+1-\tfrac{1}{4}-\tfrac{1}{2}+1-\tfrac{1}{4}=\tfrac{1}{2}$$

2) $4x^2-x+1=-x+5 \Leftrightarrow 4x^2=4 \Leftrightarrow x^2=1$

$\Rightarrow x_1=-1 \wedge x_2=1$

$$A=\int_{-1}^1 -x+5-(4x^2-x+1)\,dx=\int_{-1}^1 -4x^2+4\,dx$$

$$=\left[-\tfrac{4}{3}x^3+4x\right]_{-1}^1=-\tfrac{4}{3}+4-(\tfrac{4}{3}-4)=-\tfrac{8}{3}+\tfrac{24}{3}=\tfrac{16}{3}$$

3) Auch mit GTR müssen nachvollziehbare Rechenschritte angegeben werden: $f(x)=g(x)$

$$x^3-4x-x^2+2=0 \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x_0=-1{,}81 \\ x_1=0{,}471 \\ x_2=2{,}34 \end{array}\right\} \text{GTR}$$

$$A=\int_{-1{,}81}^{0{,}471} f(x)-g(x)\,dx-\int_{0{,}471}^{2{,}34} g(x)-f(x)\approx 9{,}51 \text{ GTR}$$

4) Das Ergebnis eines Integrals kann negativ, Null, positiv sein, wogegen Flächeninhalte immer größer-gleich Null sind.